杏林大学医学部数学 2024

各問題とその解かなきゃレベル

絶対に死守しろ!! ◎　ココで差がつく!! ☆

できる所までがんばれ 🚩　こんなの解くな!! 💣

I　$\boxed{\text{キ}}$ の解答は該当する解答群の中から最も適当なものを一つ選べ．

原点を O とする座標平面上に円 $C: x^2+y^2=10$ と直線 $\ell: y=ax-4a+2$ がある．ただし，a は実数の定数とする．

(a)　直線 ℓ は，その傾き a の値によらず定点 $\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$ を通る．

定数 a を変化させたとき，円 C と接するような直線 ℓ は 2 本存在する．これらの直線と円 C との接点を P，Q とすると，短い方の弧 PQ の長さは $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}}\pi$ である．

(b)　直線 ℓ が円 C と異なる 2 点で交わるとき，その交点を R，S とする．

線分 RS の中点を M とすると，$\overrightarrow{\mathrm{OM}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{FM}}=\boxed{\text{カ}}$ が成り立つ．定数 a を変化させたとき，点 M が描く軌跡は，原点 O を通り $\boxed{\text{キ}}$ の一部である．

また，定数 a を変化させた場合に △ORS の面積が最大となるのは，原点と直線 ℓ の距離が $\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ であり，$a=\dfrac{\boxed{\text{ケ}}\pm\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シス}}}$ のときである．

$\boxed{\text{キ}}$ の解答群

① 点 F を焦点とする放物線　② 点 F を中心とする円

③ 線分 FO を直径とする円　④ 線分 FO を一辺にもつ正三角形の外接円

⑤ 点 F を焦点の 1 つとする楕円　⑥ 線分 FO を長軸とする楕円

⑦ 点 F を焦点の 1 つとする双曲線　⑧ 2 点 F，O を頂点とする双曲線

(c)　点 $\mathrm{T}(u,\ v)$ を直線 ℓ と楕円 $E: \dfrac{x^2}{10}+\dfrac{y^2}{4}=1$ の共有点とする．

$\vec{\alpha}=\left(\dfrac{u}{\sqrt{10}},\ \dfrac{v}{2}\right)$，$\vec{\beta}=(a\sqrt{10},\ -2)$ とおくと，点 T が直線 ℓ 上にあることから

$\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=\boxed{\text{セ}}a-\boxed{\text{ソ}}$ が成立する．また，点 T が楕円 E 上にあることから

$|\vec{\alpha}|=\boxed{\text{タ}}$ がいえる．

$-|\vec{\alpha}||\vec{\beta}|\leqq\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}\leqq|\vec{\alpha}||\vec{\beta}|$ より，直線 ℓ と楕円 E が共有点をもつ a の範囲は

$\boxed{\text{チ}}\leqq a\leqq\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ とわかる．

$a=\boxed{\text{チ}}$ のとき，直線 ℓ は楕円 E と点 $\left(\boxed{\text{ト}},\ \boxed{\text{ナ}}\right)$ で接し，直線 ℓ が円 C によって切り取られる線分 RS の長さは $\boxed{\text{ニ}}\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}$ である．

II　$\boxed{\text{セ}}$ の解答は該当する解答群の中から最も適当なものを一つ選べ．

実数 x の関数 $f(x)=\dfrac{1}{2}e^x+\dfrac{1}{2}e^{-x}-1$ に対し，座標平面上の $y=f(x)$ のグラフを C とする．また，実数の媒介変数 s を用いて次式で表される座標平面上の曲線を Γ とする．

$$x=s-1+\frac{2}{e^{2s}+1},\qquad y=\frac{2e^s}{e^{2s}+1}-1.$$

ただし，e は自然対数の底である．

(a)　$s=\log_e 3$ としたときの曲線 Γ 上の点を P とする．

点 P の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}+\log_e 3,\ -\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\right)$ であり，この点における曲線 Γ の法線の方程式は

$$y=\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}(x-\log_e 3)+\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

とかける．

(b)　x 座標が $\log_e 3$ である C 上の点を Q とする．点 Q の y 座標は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ であり，

$f'(\log_e 3)=\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ が成り立つ．直線 ℓ は，点 Q における曲線 C の $\boxed{\text{セ}}$ である．

$\boxed{\text{セ}}$ の解答群

① 法　線　② 接　線　③ 接線と $\dfrac{\pi}{6}$ の角度で交わる直線

④ 接線と $\dfrac{\pi}{4}$ の角度で交わる直線　⑤ 接線と $\dfrac{\pi}{3}$ の角度で交わる直線

(c)　原点 O と点 Q を結ぶ曲線 C の長さを d とすると，$d=\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ であり，

$\dfrac{d}{\mathrm{PQ}}=\boxed{\text{チ}}$ が成り立つ．

数学の試験時間は 60分

$\boxed{1}$ 大問 (答えのみ)

$\boxed{2}$ 大問 (答えのみ)

$\boxed{3}$ 大問 (答えのみ)

60分で $\boxed{3}$ 題だから，大問 $\boxed{1}$ にかけられる時間は

60分 ÷ $\boxed{3}$ ＝ 20分

かなり制約時間は厳しく，日頃から速く解く訓練がなされているかが試される!!

この大問IIが超絶大事!!

ボーナスタイムだ!!

かなり計算量は多い…。けれども，

発想力いらない!!

思考力いらない!!

ひたすら微分・積分の計算!!

だから…，

まじで 20分で完答

できるように練習して。

もし，20分で解けない人は，

立教大学理学部の 2020～2024 の数III微積分。

日本大学医学部の 2020～2024 の数III微積分。

をやってちょうだい。ちゃんと練習できれば，

MARCHよりも医学部ってカンタンだ～

なんて思える問題もきっとあるはず。

自分1人進められないって人

マジでおいで!!

絶対解けるように

させてあげるから!!

杏林の数学の特徴とは．

「微分・積分以外は何が出題されるかわからない…（汗）」

Ⅲ [チ] と [ツ] の解答は該当する解答群の中から最も適当なものをそれぞれ一つずつ選べ．

原点をOとする複素数平面上に2点A(α)，B(β)がある．ただし，iを虚数単位として $\alpha=\sqrt{2}+\sqrt{2}\,i$，$\beta=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ であり，$\gamma=\dfrac{\beta}{\alpha}$ とする．$\bar{z}$ は z に共役な複素数を表し，複素数 z の偏角 $\arg z$ の範囲は $0 \leqq \arg z < 2\pi$ とする．

(a) γ の実部を s，虚部を t とすると，

$$s=\frac{\sqrt{\boxed{ア}}+\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}},\qquad t=\frac{\sqrt{\boxed{ア}}-\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}}$$

$$|\gamma|=\frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}},\qquad \arg\gamma=\frac{\pi}{\boxed{カキ}}$$

が成り立つ．

また，2点O，Bを通る直線に関して点Aと対称な点D(δ)について

$$\arg\frac{\delta-\alpha}{\beta}=\frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}\pi$$

が成り立ち，

$$\delta=\alpha\times\frac{i+\sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サ}}$$

を満たす．

(b) 自然数 n に対して γ^n が純虚数となる最小の n は [シ] である．
また，$|\gamma^{-n}|>2024$ を満たす最小の n は [スセ] である．

(c) 2点O，Aを通る直線に関して点P(z)と対称な点を表す複素数を $\mathring{z}$ と表記する．
自然数 n について，次の式で表される複素数平面上の点列 $\{z_n\}$ を考える．

$$z_1=\beta,\qquad z_{n+1}=z_n+\gamma(\mathring{z}_n-z_n)\qquad (\text{ただし } n=1,2,3,\cdots).$$

点列 $\{z_n\}$ は複素数平面内で実軸と $\dfrac{\pi}{\boxed{ソ}}$ の角度で交わる直線上に存在する．

また，$\arg z_n+\arg\mathring{z}_n=\dfrac{\pi}{\boxed{タ}}$ であり，z_n の極形式を考えると任意の自然数 n に対して $\mathring{z}_n=\boxed{チ}$ と表せるので，点列 $\{\mathring{z}_n\}$ は次式を満たす．

$$\mathring{z}_{n+1}=\mathring{z}_n+\boxed{ツ}\times(z_n-\mathring{z}_n),\qquad (\text{ただし } n=1,2,3,\cdots).$$

自然数 n に対し $|\mathring{z}_n-z_n|$ は，公比 $\boxed{テト}\,s+\boxed{ナ}$ の等比数列（ただし s は γ の実部）をなし，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}|\mathring{z}_n-z_n|=\boxed{ニ}$ となる．

以上から，

$$\lim_{n\to\infty}\arg z_n=\frac{\pi}{\boxed{ヌ}},\qquad \lim_{n\to\infty}|z_n|=\frac{\boxed{ネ}}{\boxed{ノ}\,s}$$

とわかる．

[チ] の解答群

① iz_n　② $-z_n$　③ $-iz_n$　④ $\dfrac{1}{z_n}$　⑤ $\overline{z_n}$
⑥ $i\overline{z_n}$　⑦ $-\overline{z_n}$　⑧ $-i\overline{z_n}$　⑨ $\left(\overline{z_n}\right)^{-1}$　⓪ $i\left(\overline{z_n}\right)^{-1}$

[ツ] の解答群

① γ　② $i\gamma$　③ $(-\gamma)$　④ $(-i\gamma)$
⑤ $\bar{\gamma}$　⑥ $i\bar{\gamma}$　⑦ $\left(-\bar{\gamma}\right)$　⑧ $\left(-i\bar{\gamma}\right)$

年度	番号	項目	内容
2024 ●	〔1〕	図形と方程式，ベクトル，式と曲線	円の接線，軌跡，点と直線の距離，楕円，平面ベクトルの内積
	〔2〕	微・積分法	媒介変数で表された関数，法線，接線，曲線の長さ
	〔3〕	複素数平面，数列，極限	複素数の絶対値と偏角，直線に関する対称点，漸化式，数列の極限
2023 ●	〔1〕	確率，数列，極限	袋から取り出す玉についての確率，漸化式，極限
	〔2〕	ベクトル	空間ベクトル，三角形の外心，四面体
	〔3〕	積分法，図形と方程式	空間において図形が通過してできる立体の体積
2022 ●	〔1〕	三角関数，微分法	2倍角の公式，3倍角の公式，微分法，極値，最大値・最小値
	〔2〕	微・積分法	部分積分法，絶対値を含む関数の定積分，極大値・極小値
	〔3〕	図形と方程式，ベクトル	平面図形，空間図形，四面体の体積の最大値
2021 ●	〔1〕	確率	赤玉，黒玉，白玉から玉を取り出すときの確率，条件付き確率
	〔2〕	図形と方程式，積分法	円の方程式，弧の長さ，内接円の半径，2次関数，面積
	〔3〕	数列，極限	対数関数，重心の座標，面積の最大，等差数列，等比数列，台形の面積の極限
2020 ●	〔1〕	整数の性質，数列	10進数から n 進数への変換，等比数列
	〔2〕	ベクトル	空間ベクトル，図形の性質
	〔3〕	微・積分法	2次関数のグラフの2接線，定積分による面積の導出
	〔4〕	式と曲線	円周上の点の媒介変数表示，垂直2等分線が通る領域
2019 ●	〔1〕	小問2問	(1)2桁の整数の倍数の個数 (2)番号札を引いて賞品を受け取る確率
	〔2〕	微・積分法	極大値，変曲点，接線の方程式，面積，共有点
	〔3〕	数列，式と曲線	線分の回転，数列の漸化式，双曲線，領域の図示
	〔4〕	微分法，極限	方程式を満たす関数，命題の逆，関数の極限

（注）●印は全問，◐印は一部マークシート形式採用であることを表す。

この問題は定番なんだけど．
生徒，できないんだよな——（汗）
「z^nが実数となるような最小の自然数nは？」
「δ^nが負の実数となるような最小の自然数nは？」
「β^nが純虚数となるような最小の自然数nは？」
ほう，見たことあるでしょ（笑）

結局は杏林の問題って，大問Ⅰ，Ⅱを頑張って点数稼ぐ!!
大問Ⅲは半分できればO.K.だから。

問題文の長さにビビるな!!